

دفترچه پاسخ تشریحی

ارزشیابی تشریحی مرحله ۳

آمار و احتمال (رشته ریاضی و فیزیک)



● معاون تولید محتوا: علی الفتی

● مدیر پروژه ارزشیابی تشریحی: سید ایمان مصلح

طراحان

گروه
ریاضیسید امیرمحمد سید شاکری
معاون تولید محتوا: علی الفتی
۱۴۰۴حسابان و
ریاضی پایهمسئول درس: علیرضا فاطمی
دستیار: مهدی پوررضایی

حسین شفیع زاده • علیرضا فاطمی • سید امیرمحمد سید شاکری

هندسه

مسئول درس: محمد تقی پور
دستیار: هادی کاظم نژادسیدمحسن میراسلامی • امیدرضا پورحسینی • هادی کاظم نژاد
سعید اکبرزادهریاضیات
گسستهمسئول درس: حسین اسدزاده
دستیار: مریم حسینی

سعید اکبرزاده • سوگند روشنی • پرمیدا هادی پور

ریاضی
تجربیمسئول درس: امیرحسین شریفیان
دستیار: امین کبیری

ایمان اردستانی • محمد خان گلدی

ریاضی
انسانیمسئول درس: عباس سعیدی
دستیار: امیرحسین حریریامیدرضا پورحسینی • محمد منتظران • حسین خواجه وند
حسین افسری • مجید یوسف زادهزیست
شناسی

مسئول درس: علی جوهری

امیر کبیری راد • منصوره رئیس دانا • بتول خواجه پور

فیزیک

مسئول درس: مهدی نیکوگفتار

احمد رضوانی • مهرناز طلوع شمس • مریم حیدری
یوسف صباغی

شیمی

مسئول درس: محمد وحیدی

شهرام شاه پرویزی • محمد وحیدی • سبحان دقیق
محمدعلی توسلی فرزمین
شناسی

مسئول درس: شکبیا کریمی

فرزانه رجایی • حسن علی محمدی

انسان و
محیط زیست

مسئول درس: شکبیا کریمی

محبوبه کاظمی

سلامت و
بهداشت

مسئول درس: علیرضا رضایی نیا

علیرضا رضایی نیا

گروه
علومسید محمدحسین کشانی
معاون تولید محتوا: علی الفتی
۱۴۰۴

طراحان



● معاون تولید محتوا: علی الفتی

● مدیر پروژه ارزشیابی تشریحی: سید ایمان مصلح

طراحان

طراحان

گروه: علی اکبر آخوندی
مدیر: ۱۳۹۷گروه
عمومیادبیات
فارسیمسئولین درس:
عماد فیض آبادی
محسن ابراهیم تهرانیابوالفضل غلامی • افشین محی الدین • احسان محسنی
عماد فیض آبادی • محسن ابراهیم تهرانیدین و
زندگیمسئولین درس:
علی اکبر آخوندی
زهره محمدیمحمد کریمی • علیرضا دلشاد • علی اکبر آخوندی
زهره محمدی • محبوبه ابتهسامزبان
انگلیسی

مسئول درس: سعید ابراهیمی

علی عاشوری • سعید ابراهیمی • امین امیدوار

علوم و
فنون ادبی

مسئول درس: فاطمه اکران

فاطمه اکران • گلاویژ جلالی • مینا پژنگ
مهرآوه مجتهدجامعه
شناسیمسئول درس: الهام رضایی
دستیار: فاطمه صفریفروغ تیموریان • آریتا بیدقی • علیرضا مختاری
الهام میرزایی • آزاده میرزایی • الهام رضاییروان
شناسیمسئول درس: سیده ضحی سکاکی
دستیار: حسین اصفهانی

مهدی پارچه باف

زبان
عربیمسئولین درس:
پویا رضاداد
مائده خدایاری
دستیار: سارا حمزهاسرافیل قربان پور • محسن احدی • کیارش پورمهدی
امینه کارآمد • زهرا فرزانه

تاریخ

مسئول درس: الناز گنج کار
دستیار: الهه ریاحی نسبمهسا اصغری • سامان بهری • زهره قموشی
الهه ریاحی نسب

جغرافیا

مسئول درس: وجیهه صادقی

بهرروز یحیی • مهسا اصغری • الهه ریاحی نسب

فلسفه
و منطق

مسئول درس: نگین تربتی

اکرم یاسری • حسین صادقی • سیاوش خداشناس

اقتصاد

مسئول درس: امیر محمدبیگی
دستیار: محمدرضا مبارکی

آیدانا رستمی

هویت
اجتماعیمسئول درس: الهام رضایی
دستیار: فاطمه صفری

رضا کیانپور

گروه: علی اکبر آخوندی
مدیر: ۱۳۹۷

-۱

الف) نادرست؛ دو پیشامد را ناسازگار می‌گوییم هرگاه عضو مشترکی نداشته باشند. بنابراین دو پیشامد A و B ناسازگارند هرگاه $A \cap B = \emptyset$ باشد. با توجه به سؤال $A = \{1, 3, 5\}$ پیشامد آمدن یک عدد فرد و $B = \{2, 3, 5\}$ پیشامد آمدن عددی اول در پرتاب تاس است، که چون عضو مشترک ۳ و ۵ دارند، دو پیشامد سازگارند.

ب) درست؛ پیشامدهای A و B مستقل‌اند هرگاه وقوع یکی بر احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد.

پ) نادرست؛ خانواده ۴ فرزند دارد بنابراین فضای نمونه‌ای $n(S) = 2^4 = 16$ عضو دارد و برای نوشتن پیشامد، فرزند اول و آخر فقط یک حالت دارند چون دختر هستند و دو فرزند دوم و سوم هم فقط یک حالت دارند و جنسیت آن‌ها پسر است. بنابراین $n(A) = 1$ و احتمال این

$$\text{پیشامد برابر } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{16} \text{ است.}$$

ت) درست؛ هر پیشامد تک‌عضوی از فضای نمونه‌ای، یک پیشامد ساده است.

-۲

الف) $P(A) + P(B) + P(C)$

چون پیشامدها دوه‌دو ناسازگارند، پس $P(A \cap B) = P(A \cap C) = P(B \cap C) = P(A \cap B \cap C) = 0$ و در نتیجه خواهیم داشت:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

ب) ۲۴

فضای نمونه‌ای پرتاب دو سکه $2^2 = 4$ و فضای نمونه‌ای پرتاب یک تاس ۶ عضو دارد و چون دو عمل با هم انجام شده است از اصل ضرب استفاده می‌کنیم و $n(S) = 4 \times 6 = 24$ عضو دارد.

پ) غیرهم‌شانس

چون حداقل دو پیشامد ساده از فضای نمونه‌ای S ، احتمال نابرابر دارند، بنابراین فضای نمونه‌ای S را احتمال غیرهم‌شانس می‌گوییم.

ت) ۶

به هر عضو از فضای نمونه‌ای S یک برآمد می‌گوییم. اگر تاس را پرتاب کنیم، فضای نمونه‌ای ۶ عضو دارد و در نتیجه ۶ برآمد قابل تعریف است.

-۳

نکته: تعداد مضارب عدد طبیعی k در مجموعه $\{1, 2, \dots, n\}$ برابر است با: $\left[\frac{n}{k} \right]$

نکته: برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$.

اگر پیشامدهای « A : بخش‌پذیری بر عدد ۳» و « B : بخش‌پذیری بر عدد ۷» را در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \quad (\text{بر } 3 \text{ بخش‌پذیر باشد ولی بر } 7 \text{ بخش‌پذیر نباشد})$$

که در این صورت $A \cap B$ پیشامد بخش‌پذیری بر ۲۱ خواهد بود، پس:

$$P(A) - P(A \cap B) = \frac{n(A)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{\left[\frac{200}{3} \right] - \left[\frac{100}{3} \right]}{100} - \frac{\left[\frac{200}{21} \right] - \left[\frac{100}{21} \right]}{100} = \frac{66 - 33}{100} - \frac{9 - 4}{100} = \frac{33}{100} - \frac{5}{100} = \frac{28}{100}$$

-۴

الف)

نکته: برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$.

اگر $B \subseteq A$ باشد، آن‌گاه $A \cap B = B$ و در نتیجه $P(A \cap B) = P(B)$ است؛ از طرفی می‌دانیم:

(۱)

$$\underline{P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)} \quad (2)$$

پس خواهیم داشت:

$$\xrightarrow{(1), (2)} P(A - B) = P(A) - P(B)$$

ب)

نکته:

(۱) برای هر پیشامد دلخواه A ، احتمال رخ دادن آن، یعنی $P(A)$ ، عددی حقیقی در بازه $[0, 1]$ است.

$$P(S) = 1 \quad (2)$$

$$P(\emptyset) = 0 \quad (3)$$

نکته: برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

می‌دانیم A و A' ناسازگارند زیرا: $A \cap A' = \emptyset$ است و از طرفی $A \cup A' = S$ می‌باشد، پس:

$$1 = P(S) = P(A \cup A') = P(A) + P(A') - \underbrace{P(A \cap A')}_{=0} \Rightarrow P(A) + P(A') = 1 \Rightarrow P(A') = 1 - P(A)$$

-۵

نکته: در صورتی که B پیشامدی باشد که $P(B) > 0$ ، برای هر پیشامد A، «احتمال A به شرط رخ دادن B» (که آن را «P ی A به شرط B» نیز می‌خوانیم) به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

نکته: برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

نکته: برای پیشامد دلخواه A داریم: $P(A') = 1 - P(A)$.

با توجه به دو رابطه $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ ، $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ و موارد داده شده در صورت سؤال می‌توانیم عبارت خواسته شده را به صورت زیر ساده کرده و به دست می‌آوریم:

$$P(B'|A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{P(A \cup B)'}{1 - P(A)} = \frac{1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{9}{20}}{\frac{3}{4}} = \frac{3}{5}$$

-۶

راه حل اول:

برای اینکه حاصل ضرب سه عدد بر ۳ بخش پذیر باشد، باید حداقل یکی از اعداد مضرب ۳ باشد که حالت های زیر را داریم:

۱ عدد مضرب سه و ۲ عدد غیر مضرب سه

۲ عدد مضرب سه و ۱ عدد غیر مضرب سه

۳ عدد مضرب سه

پس داریم:

$$n(A) = \binom{3}{1} \times \binom{8}{2} + \binom{3}{2} \times \binom{8}{1} + \binom{3}{3} = 3 \times 28 + 3 \times 8 + 1 = 109$$

در نتیجه:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{109}{\binom{11}{3}} = \frac{109}{165}$$

راه حل دوم:

نکته: برای پیشامد دلخواه A داریم: $P(A') = 1 - P(A)$.

برای آنکه حاصل ضرب سه عدد بر ۳ بخش پذیر باشد، باید حداقل یکی از آن ها مضرب ۳ باشد. برای محاسبه احتمال خواسته شده کافی است از اصل متمم استفاده کنیم و احتمال آنکه هیچ کدام از اعداد مضرب ۳ نیستند را حساب کنیم و از یک کم کنیم:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{\binom{8}{3}}{\binom{11}{3}} = 1 - \frac{56}{165} = \frac{109}{165}$$

-۷

نکته: برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$.

برای پاسخ دادن به این گونه سؤالات موارد داده شده را پیشامد مختلف در نظر می‌گیریم و از عملیات جبری بین پیشامدها استفاده می‌کنیم. احتمال رخ دادن جرایم در طول روز را با $P(R)$ و درون شهر را با $P(D)$ نمایش می‌دهیم و با توجه به اطلاعات داده شده خواهیم داشت:

$$P(R) = 0.25$$

$$P(D) = 0.2$$

$$P(D' \cap R) = 0.2 \Rightarrow P(R \cap D') = P(R - D) = P(R) - P(R \cap D) = 0.2 \Rightarrow 0.25 - P(R \cap D) = 0.2$$

$$\Rightarrow P(R \cap D) = 0.05$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$P(D \cap R') = P(D - R) = P(D) - P(R \cap D) = 0.2 - 0.05 = 0.15$$

-۸

نکته: در فضای نمونه‌ای متناهی با احتمال غیرهم‌شانس، اگر $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ فضای نمونه‌ای و $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ یک زیرمجموعه k عضوی از S باشد، همواره داریم:

$$P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_k) \quad (۳) \quad P(S) = 1 \quad (۲) \quad 0 \leq P(A) \leq 1 \quad (۱)$$

احتمال آمدن هر عدد متناسب با معکوس آن عدد است. پس $1 \propto P(1)$ و $\frac{1}{4} \propto P(2)$ و ... برای تبدیل تناسب به تساوی کافی است از ثابت نسبت x استفاده کنیم و خواهیم داشت:

$$P(1) = x, \quad P(2) = \frac{x}{2}, \quad P(3) = \frac{x}{3}, \quad P(4) = \frac{x}{4}, \quad P(5) = \frac{x}{5}, \quad P(6) = \frac{x}{6}$$

از طرفی طبق نکته داریم:

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \Rightarrow x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} + \frac{x}{6} = 1 \Rightarrow \frac{147}{60}x = 1 \Rightarrow x = \frac{60}{147}$$

اگر تاس مضرب ۲ نباشد، باید عدد فرد ظاهر شود که خواهیم داشت:

$$P(1) + P(3) + P(5) = \frac{60}{147} + \frac{20}{147} + \frac{12}{147} = \frac{92}{147}$$

-۹

راه حل اول:

نکته: در حالتی که فضای احتمال هم‌شانس است شرطی کردن یک پیشامد نسبت به پیشامد B مثل این است که فضای نمونه، یعنی S ، را کنار گذاشته و B را فضای نمونه تلقی کنیم. احتمال روی این فضای نمونه نیز هم‌شانس است. به این رویکرد «کاهش فضای نمونه» گفته می‌شود. فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس با توجه به اینکه می‌دانیم حداقل یکی از تاس‌ها عدد ۵ آمده است محدود شده است. اگر فضای نمونه‌ای کاهش یافته را B بنامیم آن‌گاه:

$$B = \{(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,6), (1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (6,5), (5,5)\} \Rightarrow n(B) = 11$$

و اگر A پیشامد آن باشد که دو تاس دو عدد متوالی را نشان دهند، با توجه به فضای نمونه‌ای B خواهیم داشت:

$$A = \{(4,5), (5,4), (5,6), (6,5)\}$$

بنابراین:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(B)} = \frac{4}{11}$$

راه حل دوم:

نکته: در صورتی که B پیشامدی باشد که $P(B) > 0$ ، برای هر پیشامد A ، «احتمال A به شرط رخ دادن B » (که آن را « P ی A به شرط B » نیز می‌خوانیم) به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

ابتدا پیشامدهای زیر را تعریف می‌کنیم:

B : پیشامد آنکه حداقل یکی از تاس‌ها ۵ آمده باشد.

A : پیشامد آنکه عدد دو تاس متوالی باشد.

بنابراین طبق احتمال شرطی خواهیم داشت:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{n(A \cap B)}{n(S)}}{\frac{n(B)}{n(S)}} = \frac{\frac{4}{36}}{\frac{11}{36}} = \frac{4}{11}$$

-۱۰

نکته: در صورتی که B پیشامدی باشد که $P(B) > 0$ ، برای هر پیشامد A ، «احتمال A به شرط رخ دادن B » (که آن را « P ی A به شرط B » نیز می‌خوانیم) به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

نکته: برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

اگر احتمال شرکت مریم در آزمون را $P(M)$ و احتمال شرکت سارا در آزمون را $P(S)$ در نظر بگیریم، احتمال شرکت مریم به شرط شرکت سارا $P(M|S)$ خواهد بود و در نتیجه خواهیم داشت:

$$P(M|S) = \frac{P(M \cap S)}{P(S)} \Rightarrow 0.7 = \frac{P(M \cap S)}{0.4} \Rightarrow P(M \cap S) = 0.28$$

احتمال آنکه حداقل یکی از آن‌ها در آزمون شرکت کند $P(M \cup S)$ است و برابر است با:

$$P(M \cup S) = P(M) + P(S) - P(M \cap S) = 0.3 + 0.4 - 0.28 = 0.42$$

-۱۱

نکته: اگر A_1, A_2 و A_3 پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند، آن گاه:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2 | A_1)P(A_3 | (A_1 \cap A_2))$$

طبق نکته از قاعده ضرب احتمالات استفاده می کنیم: با توجه به اطلاعات سؤال، در برداشتن سه مهره از ظرف خواهیم داشت:

$$P(\text{سومی قرمز و دومی سفید و اولی قرمز}) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{15}$$

-۱۲

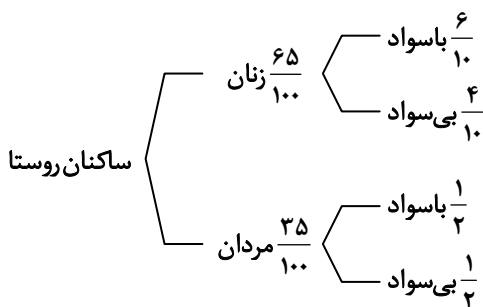
نکته: فرض کنید $B_1, B_2, \dots, B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2) + \dots + P(B_n)P(A | B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A | B_k)$$

نکته: فرض کنید B پیشامدی باشد که $0 < P(B) < 1$ ، در این صورت برای هر پیشامد دلخواه A داریم:

$$P(A) = P(B)P(A | B) + P(B')P(A | B')$$

اگر برای حل سؤال از نمودار درختی رسم کنیم، با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سؤال خواهیم داشت:



مطابق با قانون احتمال کل، می توان نوشت:

$$P(\text{انتخاب فردی بی سواد}) = \frac{65}{100} \times \frac{4}{10} + \frac{35}{100} \times \frac{1}{2} = \frac{26}{100} + \frac{17.5}{100} = \frac{43.5}{100} = \frac{435}{1000} = \frac{87}{200}$$

-۱۳

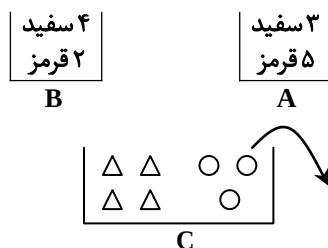
نکته: فرض کنید $B_1, B_2, \dots, B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2) + \dots + P(B_n)P(A | B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A | B_k)$$

نکته: فرض کنید B پیشامدی باشد که $0 < P(B) < 1$ ، در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A داریم:

$$P(A) = P(B)P(A | B) + P(B')P(A | B')$$

با توجه به توضیحات سؤال، خواهیم داشت:



مهره ای که از ظرف C خارج می شود، دو حالت دارد، یا از مهره هایی است که از A آمده است و یا از مهره هایی است که از ظرف B آمده است. بنابراین احتمال اینکه این مهره قرمز باشد، برابر است با:

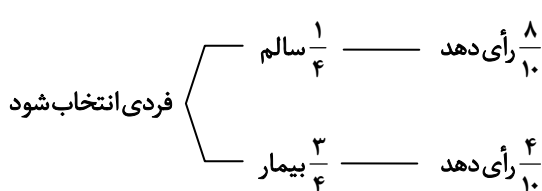
$$P(\text{قرمز بودن مهره خارج شده از ظرف جدید}) = \frac{3}{7} \times \frac{5}{8} + \frac{4}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{15}{56} + \frac{4}{21} = \frac{17}{168} = \frac{11}{124}$$

نکته: فرض کنید B پیشامدی باشد که احتمال آن مخالف صفر و یک است. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A ، داریم:

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(B')P(A|B')}$$

در ابتدا با توجه به اینکه احتمال بیمار بودن شخص سه برابر سالم بودن آن است، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} P(\text{سالم بودن}) = x \\ P(\text{بیمار بودن}) = 3x \end{cases} \Rightarrow P(\text{سالم بودن}) + P(\text{بیمار بودن}) = 1 \Rightarrow x + 3x = 1 \Rightarrow 4x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$



بنابراین اگر فردی به تصادف انتخاب شود؛ با احتمال $\frac{1}{4}$ سالم و با

احتمال $\frac{3}{4}$ بیمار است. برای درک بهتر از شرایط مسئله، نمودار درختی

مناسب سؤال را رسم می‌کنیم:

$$P(\text{فرد رأی داده باشد}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{10} + \frac{3}{4} \times \frac{4}{10} = \frac{1}{5} + \frac{3}{10} = \frac{1}{2}$$

احتمال آنکه فردی از این شهر در انتخابات شرکت کند برابر است با:

$$P(\text{رأی داده باشد} | \text{بیمار باشد}) = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{4}{10}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{5}$$

حال طبق نکته، داریم:

نکته: پیشامدهای A و B را مستقل می‌گوییم، هرگاه وقوع یکی از آن‌ها در احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد. به عبارت دیگر دو پیشامد A و B مستقل‌اند، اگر و تنها اگر $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. دو پیشامدی که مستقل نباشند، وابسته نامیده می‌شوند.

نکته: برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

نکته: برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$.

با توجه به اینکه قبولی هر کدام از افراد، در احتمال قبولی دیگری تأثیری ندارد، بنابراین احتمال‌های قبولی آن‌ها مستقل از یکدیگر است،

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{7}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{63}{100}$$

بنابراین احتمال آنکه هر دوی آن‌ها قبول شوند، برابر است با:

در نتیجه برای حل قسمت‌های «الف» و «ب» خواهیم داشت:

$$\text{الف) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{10} + \frac{9}{10} - \frac{63}{100} = \frac{97}{100}$$

$$\text{ب) } P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{90}{100} - \frac{63}{100} = \frac{27}{100}$$

(الف)

نکته: اگر A_1 ، A_2 و A_3 پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند، آن‌گاه:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2))$$

اگر « A_1 » پیشامد معیوب بودن لامپ اول و « A_2 » پیشامد معیوب بودن لامپ دوم و « A_3 » پیشامد معیوب بودن لامپ سوم باشند با توجه به قاعده ضرب احتمالات خواهیم داشت:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|(A_1 \cap A_2))$$

احتمال انتخاب اولین لامپ معیوب برابر $P(A_1) = \frac{3}{12}$ است، پس از انتخاب اولین لامپ معیوب، از تعداد کل لامپ‌های داخل جعبه ۱ عدد کم

شده و تعداد لامپ‌های معیوب به ۲ عدد کاهش می‌یابد، پس احتمال انتخاب دومین لامپ معیوب به شرط اینکه لامپ اول نیز معیوب بوده باشد

برابر $P(A_2|A_1) = \frac{2}{11}$ است و به همین ترتیب احتمال انتخاب سومین لامپ معیوب برابر $P(A_3|(A_1 \cap A_2)) = \frac{1}{10}$ می‌شود، پس:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \frac{3}{12} \times \frac{2}{11} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{220}$$

(ب)

نکته: برای پیشامد دلخواه A داریم: $P(A') = 1 - P(A)$

بهتر است این حالت را با احتمال متمم حل کنیم؛ داریم:

$$P(\text{حداقل یکی از لامپ‌ها معیوب باشد}) = 1 - P(\text{هیچ‌کدام از لامپ‌ها معیوب نباشد}) = 1 - \left(\frac{9}{12} \times \frac{8}{11} \times \frac{7}{10}\right) = 1 - \frac{21}{55} = \frac{34}{55}$$